פרק 2
שיטות ספירה וייצוג מידע במחשב

ברק גונן

מה נלמד?

- בפרק זה נלמד:
  - שיטות ספירה, בדגש על בסיס 2 ו-16
  - המרות בין בסיסים
  - פעולות חיבור, חיסור, כפל וחילוק בבסיסים שונים
  - שיטת המשלים ל-2 לייצוג מספרים Signed ו-Unsigned
  - גדלים בזיכרון המחשב: ביט, Nibble, בית...
  - קוד ASCII לייצוג תווים ע"י 8 ביט

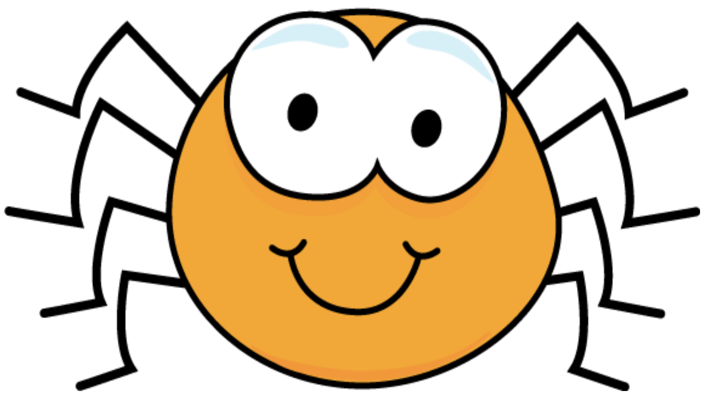
מבוא

- לבני אדם יש עשר אצבעות
- שיטת הספירה הדצימלית – בסיס 10- מבוססת על עשר ספרות
  - 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
  - בשביל לייצג מספרים הגדולים מ-9 נדרשות שתי ספרות
- אפשר לספור גם בבסיסים אחרים!
- למה זה חשוב? בגלל האופן שבו מידע מיוצג במחשב

ספירה בבסיסים שונים

בסיס 10 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	בסיס 8 0,1,2,3,4,5,6,7	בסיס 3 0,1,2
0	0	0
1	1	1
2	2	2
3	3	10
4	4	11
5	5	12
6	6	20
7	7	21
8	10	22
9	11	100
10	12	101
11	13	102

כמה רגליים יש לעכביש?



- בבסיס עשר – 8 רגליים
- בבסיס שמונה- 10 רגליים
- בבסיס שלוש – 22 רגליים

- כמות הרגליים לא השתנתה, רק הייצוג שלה.

משחק- pearls before swine III

- www.transience.com.au/pearl3.html
  - נקדיש כמה דקות לחוקי המשחק
  - מאוחר יותר נבין את הקשר לשיטות ספירה

רישום בסיס הספירה

- מעכשיו נציין באיזה בסיס ספירה מדובר
501_{10}
- זאת כדי למנוע טעויות כגון
10_{10} ------ 10_{2}
47_{10} ------ 47_{8}

מיקום לפי ערך

- הערך של ספרה נקבע לפי המיקום שלה
  - 501 לעומת 105
- בבסיס עשר, ערך המיקום נקבע לפי חזקות של עשר
- כמה דוגמאות בבסיס עשר:

$47_{10} = 7*10^0+4*10^1$

$375_{10} = 5*10^0+7*10^1+3*10^2$

$1994_{10} = 4*10^0+9*10^1+9*10^2+1*10^3$

המרת מספר עשרוני לבסיס אחר

- מה ערכו של המספר 199 בבסיס 5?

פעולה	שארית
199:5= 39	4
39:5= 7	4
7:5= 1	2
1:5= 0	1

- קוראים את השאריות מלמטה למעלה
- $199_{10} = 1244_5$

השיטה הבינארית – בסיס 2

- קיימות שתי ספרות בלבד- 0,1
  - המספר 2 צריך להיות מיוצג ע"י יותר מספרה אחת
- ערך המיקום של ספרה נקבע לפי חזקות של 2

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

- לדוגמה המספר $10011_2 = 16+2+1 = 19_{10}$

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1
-	**-**	**-**	**1**	**0**	**0**	**1**	**1**

המרה מעשרוני לבינארי

- נבצע את ההמרה ההפוכה, מ- 19_{10} לבינארי

שארית	פעולה
1	19:2= 9
1	9:2= 4
0	4:2= 2
0	2:2= 1
1	1:2= 0

- קיבלנו 10011_2 ☺

השיטה ההקסדצימלית – בסיס 16

- קיימות 16 ספרות
- לוקחים שש אותיות ונותנים להן ערך מספרי:

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
F	E	D	C	B	A	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

- מספר יכול להיות צירוף של אותיות וספרות:
  - $F16_{16}$
  - $C1A_{16}$
  - $C0DE_{16}$
  - $C0FFEE_{16}$

שיטות רישום מספרים הקס'

- כתיבת הבסיס למטה: $C0DE_{16}$
  - תוספת 0x לפני המספר: 0xC0DE
  - סיומת h בסוף המספר
    - אם המספר מתחיל באות, מוסיפים 0 בתחילת המספר
    - 0C0DEh

המרה בין הקסדצימלי לדצימלי

- מהקסדצימלי לדצימלי:

- $4F_{16} = F*16^0 + 4*16^1 = 15 + 64 = 79_{10}$
- מדצימלי להקסדצימלי:

פעולה	שארית
199:16= 12	7
12:16= 0	C (12)

- ולכן $199_{10}=C7_{16}$

המרה בין בינארי והקסדצימלי

הקסדצימלי	בינארי
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

- להמרה בין בינארי והקסדצימלי יש תכונה מיוחדת: כל ספרה הקס' היא ארבע ספרות בינאריות

המרה בין בינארי והקס'- דוגמאות

- $9_{16}=1001_2$
- $B_{16}=1011_2$
- $9B_{16} = 10011011_2$
- מעבר בין בינארי להקס' הוא פשוט מאד
- כתיב בהקס' פשוט יותר לקריאה ולזכירה מאשר בינארי
- לכן הקס' שימושי בעבודה עם מחשבים

תרגילים- מעבר בין בסיסים

בסיס 16	בסיס 2	בסיס 10
		35
	1011	
12		
	1100011	
		59
63		
5C		
	11110	
		21
31		

חיבור

- בחיבור בבסיס 10, מעבירים נשא (Carry) כשהתוצאה גדולה מ-9

```
  1
 133
+ 70
 ___
 203
```

- בחיבור בבסיס 2, מעבירים נשא כשהתוצאה גדולה מ-1

```
  1
 1010
+  11
 ____
 1101
```

- בחיבור בבסיס 16, מעבירים נשא כשהתוצאה גדולה מ-15 (0Fh)

```
   1
 ABCD
+0123
 ____
 ACF0
```

תרגילים- חיבור

A	B	A+B
25	F	
B	29	
26	2C	
34	34	
1F	2A	
1E	12	
22	2F	

A	B	A+B
100111	10100	
11001	11000	
110000	100101	
111001	11001	
110110	101011	
111001	10011	
111001	101010	

חיסור

- אם הספרה העליונה גדולה מהתחתונה- חיסור פשוט
- אם הספרה העליונה שווה לתחתונה- התוצאה אפס
- אם הספרה העליונה קטנה מהתחתונה- "נשא שלילי"

```
 -1 10
  619
-
   21
 ----
  598
```

חיסור- המשך

- בבסיס 2:

$$\begin{array}{r} {}^{-1\ 10} \\ 1010 \\ -\quad 1 \\ \hline 1001 \end{array}$$

- בבסיס 16:

$$\begin{array}{r} {}^{-1\ 16} \\ {}^{-1\ 16\quad} \\ -\ \mathrm{DEAD} \\ \underline{\mathrm{C0DE}} \\ \mathrm{1DCF} \end{array}$$

תרגילים- חיסור

A	B	A-B
101010	10100	
11001	10110	
10100	1101	
100101	10011	
111000	1111	
101011	11010	
10101	1010	

A	B	A-B
93	3D	
130	22	
E7	60	
C3	19	
CF	56	
47	12	
54	D	

כפל

- בבסיס 10:
  - לוח הכפל בגודל 10X10
  - כשכופלים בעשר, מזיזים את כל הספרות שמאלה
- בבסיס 2:
  - לוח הכפל בגודל 2X2
  - כשכופלים בשתיים, מזיזים את כל הספרות שמאלה

X	0	1
0	0	0
1	0	1

כפל- דוגמה

- כפל בבסיס 2 (10 כפול 3):

$$
\begin{array}{r}
1010 \\
\times \quad 11 \\
\hline
1010 \\
1010- \\
\hline
11110
\end{array}
$$

- כפל בבסיס 16: מעבירים לבסיס 2 וממשיכים

תרגילים- כפל

A	B	AxB
111	1011	
1001	1001	
100	1010	
100	111	
1110	1100	
1001	11	
111	1110	

חילוק

- חוקי החילוק בבסיס 2: $\frac{0}{1}=0$ $\frac{1}{1}=1$
- תרגיל- $10110_2/101_2$ $(22_{10}/5_{10})$:

$$\begin{array}{r|l} 100 & \\ \hline 10110 & 101 \\ -101 & \\ \hline 010 & \end{array}$$

תרגילים- חילוק

A	B	A/B	שארית
100000	110		
10101	110		
100110	1001		
10101	100		
101010	10		
111001	110		
101000	1001		

ייצוג מספרים במחשב

- כל ספרה בינארית נקראת Bit: **Bi**nary Digi**t**
- בזיכרון המחשב יש תאים שבהם כמות קבועה של ביטים
- תא זיכרון בגודל N ביטים יכול לייצג מספר עד 2^N-1

N	המספר הכי גדול שאפשר לייצג	תרגום לעשרוני
1	1	1
2	11	3
3	111	7
4	1111	15
5	11111	31
6	111111	63
7	1111111	127
8	11111111	255

ייצוג מספרים במחשב - המשך

- מה יקרה אם ננסה להכניס ל-N ביטים מספר יותר גדול ממה שניתן לייצג ע"י N ביטים?
- דוגמה: 255+1

$$\begin{array}{r} 11111111 \\ +\ \underline{00000001} \\ (1)00000000 \end{array}$$

  - את התוצאה אי אפשר לשמור ע"י 8 ביטים
  - הזיכרון יכיל 00000000
  - במקום אחר בזיכרון יודלק ביט שאומר שהיה נשא בפעולה האחרונה

ייצוג מספרים עם סימן- signed

- עד כה חשבנו רק על מספרים חסרי סימן- Unsigned
- הצלחנו לייצג מספרים חיוביים בלבד
  - 1 = 00000001
  - 2= 00000010
  - וכו'
- שיטות לייצוג מספרים מסומנים- Signed:
  - גודל וסימן
  - משלים ל-1
  - משלים ל-2

שיטת גודל וסימן

- העקרון: הביט השמאלי מייצג את הסימן
  - 0- המספר חיובי
  - 1- המספר שלילי
- יתר הביטים מייצגים את הגודל
- לדוגמה 00000011
  - סימן 0- חיובי
  - גודל 0000011 - 3
- ייצוג של מינוס 3:
  - 10000011

שיטת גודל וסימן- המשך

ייצוג בשיטת גודל וסימן	מספר עשרוני	ייצוג בשיטת גודל וסימן	מספר עשרוני
1111	-7	0111	7
1110	-6	0110	6
1101	-5	0101	5
1100	-4	0100	4
1011	-3	0011	3
1010	-2	0010	2
1001	-1	0001	1
1000	-0	0000	0

שיטת גודל וסימן - המשך

- יתרון השיטה- קל להמיר בין מספרים חיוביים ושליליים
- חסרון השיטה- חיבור של מספר עם הנגדי שלו אינו מסתכם באפס:

$$
\begin{array}{r}
0011 \\
+\ \underline{1011} \\
1110
\end{array}
$$

שיטת המשלים ל-1

- הנגדי של מספר הוא היפוך הביטים שלו:
  - 0 הופך ל-1
  - 1 הופך ל-0

ייצוג בשיטת המשלים ל-1	מספר עשרוני	ייצוג בשיטת המשלים ל-1	מספר עשרוני
1000	-7	0111	7
1001	-6	0110	6
1010	-5	0101	5
1011	-4	0100	4
1100	-3	0011	3
1101	-2	0010	2
1110	-1	0001	1
1111	-0	0000	0

שיטת המשלים ל-1 - המשך

- כלל החיבור: אם יש נשא- מוסיפים אותו לביט הימני

```
 1   1
  0101
+
  1101
  ----
(1)0010
   0011
```

שיטת המשלים ל-1 - המשך

- יתרונות השיטה:
  - קל למצוא את הנגדי של מספר
  - פעולות החשבון יוצאות נכון
- חסרונות השיטה:
  - כדי לבצע הוספה של הנשא לביט הימני צריך חישוב נוסף
  - יש לאפס שני ייצוגים- 11111111 ,00000000

שיטת המשלים ל-2

- הנגדי של מספר הוא היפוך הביטים שלו, פלוס 1
- לדוגמה, נמצא את הנגדי של שש (00000110):

$$\begin{array}{r} 11111001 \\ +\quad 1 \\ \hline 11111010 \end{array}$$

- שש ועוד מינוס שש:

$$\begin{array}{r} 00000110 \\ +\ 11111010 \\ \hline (1)00000000 \end{array}$$

שיטת המשלים ל-2 - המשך

ייצוג בשיטת המשלים ל-2	מספר עשרוני	ייצוג בשיטת המשלים ל-2	מספר עשרוני
1111 1111	-1	0000 0111	7
1111 1110	-2	0000 0110	6
1111 1101	-3	0000 0101	5
1111 1100	-4	0000 0100	4
1111 1011	-5	0000 0011	3
1111 1010	-6	0000 0010	2
1111 1001	-7	0000 0001	1
1111 1000	-8	0000 0000	0

- בעזרת N ביטים, ניתן לייצג את התחום שבין $2^{N-1}-1$ לבין -2^{N-1}
  - 8 ביטים: -128 -> +127
  - 16 ביטים: -32,768 -> +32,767
  - וכו'

שיטת המשלים ל-2 - המשך

- חסרונות:
  - הנגדי של מספר אינו ברור כמו בשיטות האחרות
- יתרונות:
  - פעולות החשבון נותנות תוצאות הגיוניות
  - ייצוג יחיד לאפס

- המספרים במחשב מיוצגים בשיטת המשלים ל-2

המרת מספר signed מבינארי לעשרוני

- אם המספר חיובי (ביט שמאלי 0):
  - המרה "רגילה"
  - לכל ביט יש מיקום
  - הערך נקבע לפי 2 בחזקת המיקום
- אם המספר שלילי (ביט שמאלי 1):
  - מוצאים את הנגדי של המספר
  - מוסיפים מינוס

המרת מספר signed לבסיס עשר - דוגמה

- מה מייצג המספר 10111111?
  - הביט השמאלי הוא 1, לכן מדובר במספר שלילי
  - נמצא את הנגדי שלו ונוסיף לו סימן מינוס

מספר מקורי: 10111111

משלים ל-1: 01000000

משלים ל-2: 01000001

$$2^0+2^6= 65$$

לכן המספר מייצג -65

ייצוג signed לעומת ייצוג unsigned

- ראינו שהמספר 10111111 שווה 65−
- למה שווה המספר 10111111בייצוג unsigned?
  - 128+32+16+8+4+2+1 = 191
- אז למה שווה 10111111?
  - תלוי בפרשנות שלנו! אפשר לפרש את הספרות הבינאריות כך או כך
  - פרשנות כ-signed: 65−
  - פרשנות כ-unsigned: 191

ייצוג מידע במחשב

- סיבית- Bit
- רביעיית ביטים - Nibble
- בית (8 ביטים) - Byte
- מילה (16 ביטים) - Word
- מילה כפולה (32 ביטים) - Double Word

סיבית Bit

- ביט שומר אחד משני ערכים:
  - 0
  - 1
- ביט יכול לייצג כל שני ערכים שונים זה מזה:
  - 0 מייצג "שקר", 1 מייצג "אמת"
  - 0 "ירוק", 1 "אדום"
  - 0 "517", 1 "348"
- המשמעות תלויה בפרשנות שלנו

רביעיית ביטים Nibble

הקסדצימלי	בינארי
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

- יש 16 Nibbleים שונים
- לכל Nibble מתאימה ספרה הקס'
- לכן Nibble שימושי לקריאה של רצפי ביטים

1101 1110 1010 1101 1100 0000 1101 1110

D E A D C 0 D E

בית Byte

- 8 ביטים
- היחידה הקטנה ביותר שיש לה כתובת בזיכרון
- סידור הביטים:

7	6	5	4	3	2	1	0

- ביט מספר 0 הוא ה-Low Order Bit
- ביט מספר 7 הוא ה- High Order Bit

מילה Word

- 16 ביטים
- 2 בתים
- ניתן לייצג 2 בחזקת 16 = 65,536 ערכים שונים

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

High Order Byte　　　　Low Order Byte

מילה כפולה Double Word

- 32 ביטים
- 4 בתים
- שתי מילים
- 2 בחזקת 32 = 4,294,967,296 ערכים שונים

קוד ASCII

- American Standard Code for Information Interchange
- קוד נפוץ לייצוג תווים
- כל 8 ביט מייצגים תו- סה"כ 255 תווים

Regular ASCII Chart (character codes 0 - 127)

000		(nul)	016	►	(dle)	032	sp	048	0	064	@	080	P	096	`	112	p
001	☺	(soh)	017	◄	(dc1)	033	!	049	1	065	A	081	Q	097	a	113	q
002	☻	(stx)	018	↕	(dc2)	034	"	050	2	066	B	082	R	098	b	114	r
003	♥	(etx)	019	‼	(dc3)	035	#	051	3	067	C	083	S	099	c	115	s
004	♦	(eot)	020	¶	(dc4)	036	$	052	4	068	D	084	T	100	d	116	t
005	♣	(enq)	021	§	(nak)	037	%	053	5	069	E	085	U	101	e	117	u
006	♠	(ack)	022	▬	(syn)	038	&	054	6	070	F	086	V	102	f	118	v
007	•	(bel)	023	↨	(etb)	039	'	055	7	071	G	087	W	103	g	119	w
008	◘	(bs)	024	↑	(can)	040	(	056	8	072	H	088	X	104	h	120	x
009		(tab)	025	↓	(em)	041	)	057	9	073	I	089	Y	105	i	121	y
010		(lf)	026		(eof)	042	*	058	:	074	J	090	Z	106	j	122	z
011	♂	(vt)	027	←	(esc)	043	+	059	;	075	K	091	[	107	k	123	{
012	♀	(np)	028	∟	(fs)	044	,	060	<	076	L	092	\	108	l	124	¦
013		(cr)	029	↔	(gs)	045	-	061	=	077	M	093	]	109	m	125	}
014	♫	(so)	030	▲	(rs)	046	.	062	>	078	N	094	^	110	n	126	~
015	☼	(si)	031	▼	(us)	047	/	063	?	079	O	095	_	111	o	127	⌂

קוד ASCII - דוגמה

- מהו הייצוג של "HELLO WORLD!"?

H	E	L	L	O		W	O	R	L	D	!
48	45	4C	4C	4F	20	57	4F	52	4C	44	21

```
ds:0000 48 45 4C 4C 4F 20 57 4F HELLO WO
ds:0008 52 4C 44 21 00 00 00 00 RLD!
ds:0010 00 00 00 00 00 00 00 00
ds:0018 00 00 00 00 00 00 00 00
ds:0020 00 00 00 00 00 00 00 00
```

תרגיל- קוד ASCII

- כיתבו את שמכם הפרטי + משפחה באנגלית, בקוד ASCII.
  - יש לרשום גם את הקוד של תו הרווח
  - אות ראשונה בשם פרטי ובשם משפחה- אות גדולה

סיכום- מה למדנו?

- בפרק זה למדנו-
  - שיטות ספירה, בדגש על בסיסים 2 ו-16
  - המרות בין בסיסים
  - פעולות חיבור, חיסור, כפל וחילוק בבסיסים שונים
  - שיטת המשלים ל-2 לייצוג מספרים Signed ו- Unsigned
  - גדלים בזיכרון המחשב: ביט, Nibble, בית...
  - קוד ASCII לייצוג תווים ע"י 8 ביט